



Universidad Simón Bolívar  
 Departamento de Matemáticas  
 Puras y Aplicadas  
 Septiembre-Diciembre 2017

Nombre: \_\_\_\_\_

Carné: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

### 1er. Parcial de Matemáticas VII. Bloque B.

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE:  $u(x) \xrightarrow{\mathcal{L}} U(z)$  ( $a, \omega \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ ).

Propiedades básicas	Algunas transformadas	Transformadas complementarias
$u'_{\text{gen}}(x) \rightarrow zU(z)$	$\delta(x) \rightarrow 1$	$H(x)e^{\alpha x} \frac{x^{k-1}}{(k-1)!} \rightarrow \frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$xu(x) \rightarrow -U'(z)$	$\delta^{(k)}(x) \rightarrow z^k$	$H(x) \text{sen}(\omega x) \rightarrow \frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$u(x-a) \rightarrow U(z)e^{-az}$	$H(x) \rightarrow \frac{1}{z}$	$H(x) \text{cos}(\omega x) \rightarrow \frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$e^{\alpha x}u(x) \rightarrow U(z-\alpha)$	$H(x) \frac{x^{k-1}}{(k-1)!} \rightarrow \frac{1}{z^k}$	$H(x) \text{senh}(\omega x) \rightarrow \frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$\alpha u(x) + \beta v(x) \rightarrow \alpha U(z) + \beta V(z)$	$H(x)e^{\alpha x} \rightarrow \frac{1}{z-\alpha}$	$H(x) \text{cosh}(\omega x) \rightarrow \frac{z}{z^2 - \omega^2}$
$(u * v)(x) \rightarrow U(z)V(z)$		

1. [10 puntos] Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} \alpha e^{2x} & \text{si } x < 0 \\ \beta e^{3x} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$  Halle los valores de las constantes  $\alpha$  y  $\beta$  que hacen que  $f$  satisfaga la ecuación

$$f''_{\text{gen}}(x) - f'_{\text{gen}}(x) - 2f(x) - 4\beta e^{3x}H(x) = 0.$$

2. [13 puntos] Sea  $g$  la función  $g(t) = H(t) \text{senh}(t)$ . Halle una función generalizada que satisfaga

$$(f * g)(t) = H(t+1)[t+1 - \text{senh}(t+1)] + H(t) \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-2x} \text{sen}(x) dx.$$

3. [13 puntos] Obtenga una solución causal de la ecuación  $xf'(x) + 2 \int_0^x f(t) \text{sen}(x-t) dt = 0$  (para  $x > 0$ ) que cumpla  $f(0) = 1$ .

4. [Total: 14 puntos] Para hallar una función anticausal  $y(x)$  que satisfaga la ecuación

$$xy''(x) + (1-2x)y'(x) - 2y(x) = 0$$

y las condiciones  $y(0) = 1$  y  $y'(0) = 2$ :

- (a) [4 puntos] Calcule la transformada de Laplace de la función  $H(-x)$ .  
 (b) [10 puntos] Halle una solución que tenga la forma  $y(x) = u(x)H(-x)$ .

**¡Justifique todas sus respuestas!**